

Midtoets Complexe Analyse
07/10/10, 09.15–11.00 uur

1. Definieer de functie $f(z)$ door

$$f(z) = x^2 + iy^2, \quad z = x + iy.$$

Is deze functie $f(z)$ analytisch op \mathbb{C} ? Beredeneer uw antwoord.

2. Definieer de hoofdtak (principal branch) van $f(z) = z^{3+4i}$. Bepaal de afgeleide van deze functie in $z = i$.

3. Bereken de integraal

$$\int_C \frac{dz}{z-1},$$

waarbij de halve cirkel C wordt geparametriseerd door $z(t) = 1 + re^{it}$, $0 \leq t \leq \pi$.

4. Bepaal met behulp van de Cauchy integraalstelling

$$\int_C \frac{e^{-z}}{z^2 + 4} dz,$$

waarbij C de eenmaal in positieve zin doorlopen cirkel $|z - 2i| = 2$ is. Beargumenteer Uw antwoord.

5. Beschouw de functie $f(z) = (z - 2)(z - 3)$ op de verzameling

$$V = \{x + iy \in \mathbb{C} : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

- (a) Waarom bezit $|f(z)|$ een maximum M op V ?
(b) Bereken M .

Beargumenteer Uw antwoord.